

【2021 全國科學探究競賽-這樣教我就懂】

高中 (職) 組 成果報告表單

題目名稱：這樣變我就懂——可調焦距的薄膜透鏡之研究

一、摘要：

液態鏡頭是近年來較新穎的產品，顧名思義，就是鏡頭裡充有液體。有別於一般玻璃鏡頭需透過多種透鏡組合或更換鏡頭來調整焦距，液態鏡頭可藉由改變鏡頭內液體量的多寡，使焦距改變，產生變焦的效果，此外，液態鏡頭也有堅固（沒有移動零件）、回應速度快、體積小等優點。

為了更瞭解液態透鏡的光學原理，本實驗利用生活中容易取得的材料製作出一個可調焦距的液態透鏡，觀察其變焦前後成像的情形，並從光學、數學的角度推算及解釋透鏡的焦距、曲率半徑等變數與壓力之間的變化趨勢。

二、探究題目與動機

曾經閱讀過科普漫畫中使用液體放大鏡的情節，當時就激起我們的好奇心「原來可以藉由改變液體量來控制放大鏡，讓它有不一樣的倍率！那它要怎麼做？又運用到何原理？」

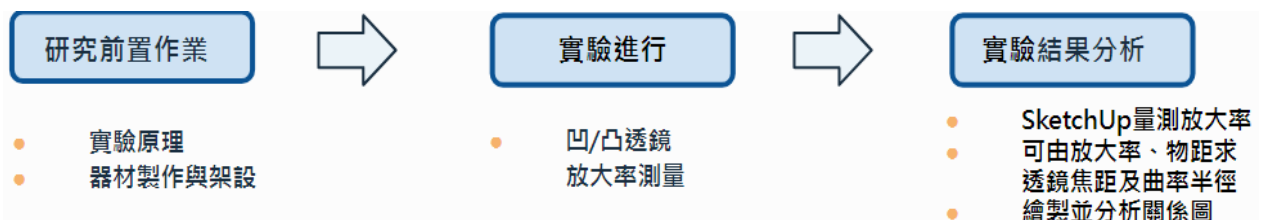
因此，我們選擇液體透鏡為探究主題，利用現有的知識、技術和生活周遭常見的材料，設計並製作液體透鏡裝置。藉由控制液體量來改變壓力，造成薄膜不同程度的彎曲，從而影響透鏡焦距即曲率半徑，並找出其與壓力之關係。

三、探究目的與假設

- (1) 自製液體透鏡裝置
- (2) 測試、觀察液體透鏡裝置實際的成效
- (3) 分析透鏡焦距、曲率半徑與壓力之關係

四、探究方法與驗證步驟

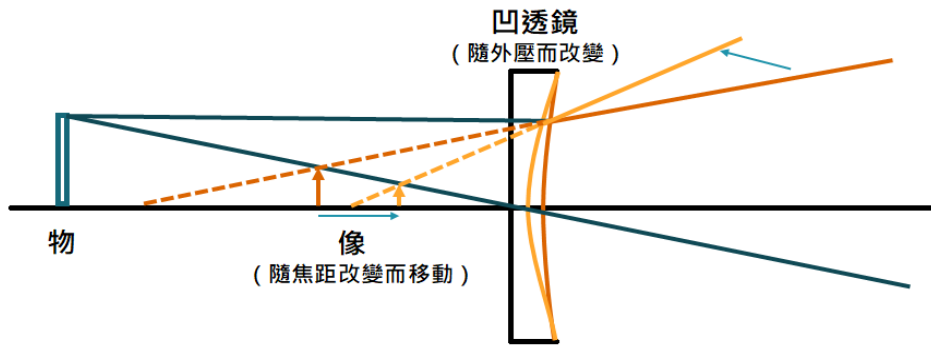
(1) 研究流程



圖一 研究流程圖

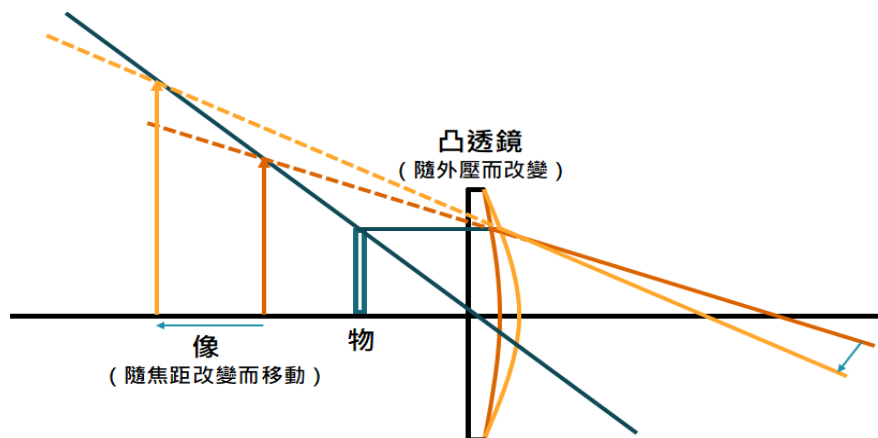
(2) 實驗原理

當改變透鏡的焦距時，也會影響成像的位置。以凹透鏡來說，不論物距為何，當物距固定時，曲率越大，曲率半徑與焦距變小，使得成像越小，且成像為與物體在同側的虛像。



圖二 凹透鏡變焦示意圖

至於凸透鏡，當透鏡由平面開始增加曲率時，焦距由無限大開始變小，物體則從透鏡焦距內的範圍開始逐漸變為焦距外。當物體還在焦距內時，曲率半徑越小，像距越大，成像就越大，並且是虛像。物距恰等於焦距時，物體無法成像。因為讓透鏡的焦距縮到跟物距一樣的大小需要較大的壓力，成像較模糊、難判斷，所以本實驗只做到物體還在焦距內的情況。



圖三 凸透鏡變焦示意圖

以下為公式推導的過程，會直接套用於 Excel 求得透鏡焦距及曲率半徑：

1. 放大率與焦距的關係

放大率是像距和物距的比值，一般都取正的值。物距恆大於零，而成像為實像時像距為正，虛像則為負。本實驗皆取虛像，故焦距的計算方式皆同：

f：焦距 m：放大率 p：物距 q：像距

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p} = \frac{p-f}{fp} \quad \therefore q = \frac{fp}{p-f}$$

$$qp - qf = fp$$

$$q - \frac{q}{p} \cdot f = f \quad \text{又 } m = \left| \frac{q}{p} \right| = -\frac{q}{p} (\because q < 0, p > 0)$$

$$\therefore -mp + mf = f$$

$$f = \frac{m}{m-1} \cdot p$$

2. 焦距與曲率半徑的關係

方格紙平放在充滿水的瓶子裡面，只有受到一次折射，因此可以視為透鏡的其中一端是平面，曲率半徑為無限大。我們要求的即是薄膜凹陷或膨脹的曲率半徑。凹透鏡的曲率半徑為負，凸透鏡的曲率半徑為正。當薄膜變形的程度越大，曲率的絕對值就越大，曲率半徑是曲率的倒數，所以其絕對值也就越小，而正負代表的是彎曲的方向。

n ：透鏡的折射率，水的折射率約為 1.33

r_1 ：入射光最先碰到的介面 r_2 ：入射光第二碰到的介面
由造鏡者公式求得透鏡的曲率半徑，也就是 r_2

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

$$\frac{1}{f} = (1.33 - 1) \left(\frac{1}{\infty} + \frac{1}{r_2} \right)$$

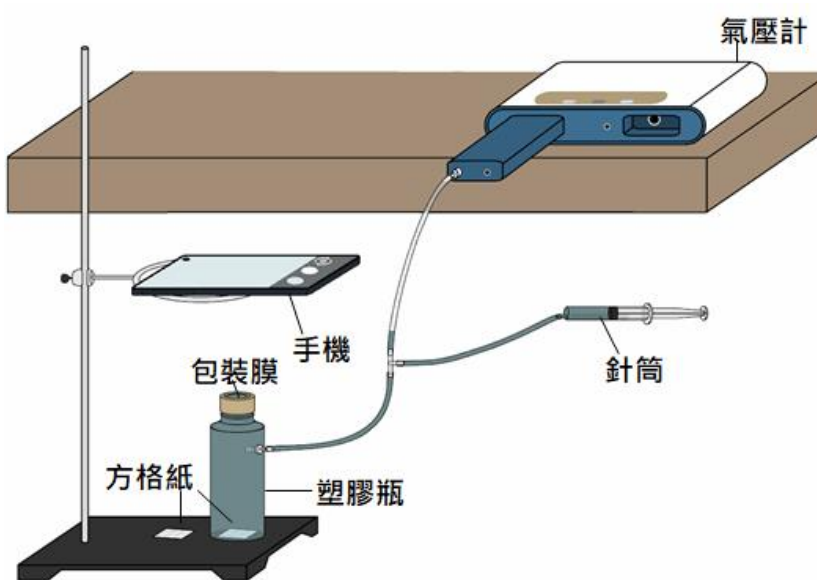
$$\frac{1}{f} = 0.33 \cdot \frac{1}{r_2} \quad \therefore r_2 = 0.33f$$

(3) 液體透鏡裝置之製作與架設

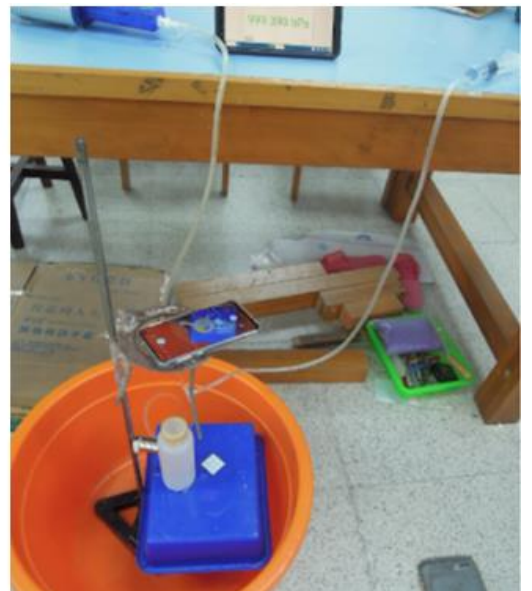
使用器材：

氣壓計、針筒、三向閥、塑膠管、支架、鐵夾、PVC 膠膜、方格紙、塑膠瓶、手機
製作與架設方法：

1. 將塑膠瓶的瓶蓋挖洞，並利用瓶蓋將包裝膜固定在瓶口，可自由伸縮。
2. 瓶身鑽孔後連接塑膠管，並利用三向閥連通氣壓計與針筒。
3. 將氣壓計放置在較高處，以防操作時水灌入機器，並在其之前保留一段空氣，使機器測量該段空氣受水位影響後的氣壓。手機與氣壓計藍芽連線，即可隨時監測。
4. 瓶內與瓶外相同高度處各放一張護貝後的方格紙，作為實驗組（內）和對照組（外）。
5. 把另一支手機架在瓶子正上方，用以拍照紀錄兩張方格紙的變化。



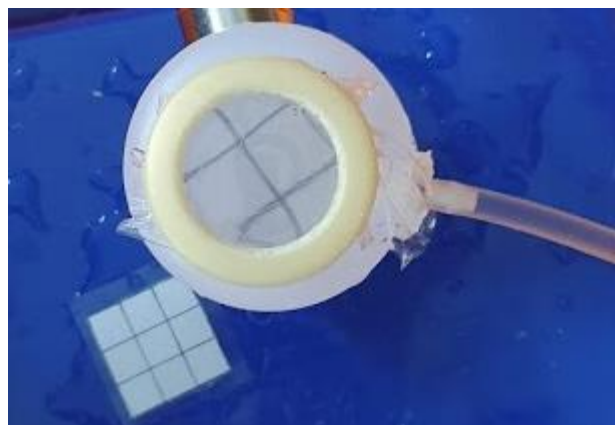
圖四 實驗裝置示意圖



圖五 實際實驗裝置圖

(4) 實驗方法

1. 先將膜調整成平坦的狀態，使兩張方格紙目測下一樣大，並紀錄為起始壓力。
2. 推 / 拉針筒，使壓力升高 / 降低到指定的數值（每次壓力的變化量皆相同）。
3. 觀察壓力大致穩定後，紀錄當時的壓力，並取估計值到小數點第一位。
4. 同時，拍下當時方格紙放大 / 縮小的情形。
5. 重複 2.~4.，到薄膜變皺、球面像差過大（見圖五）或成像超出可視範圍即停止。
6. 利用軟體 SketchUp 的捲尺工具量測不同壓力下，方格紙的放大率。



圖六 球面像差導致線條扭曲

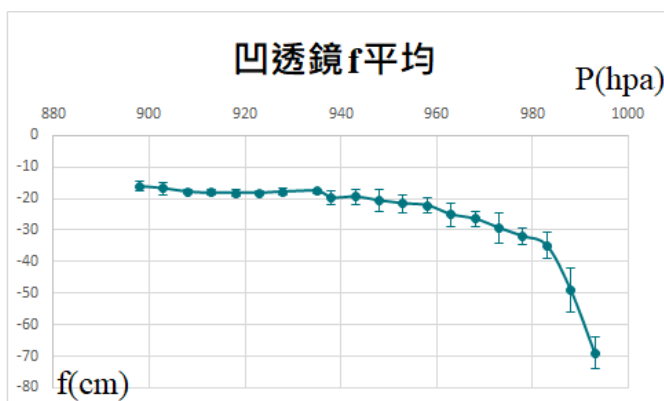
(5) 實驗結果

1. 凹透鏡（每上升 5hpa 紀錄一次）

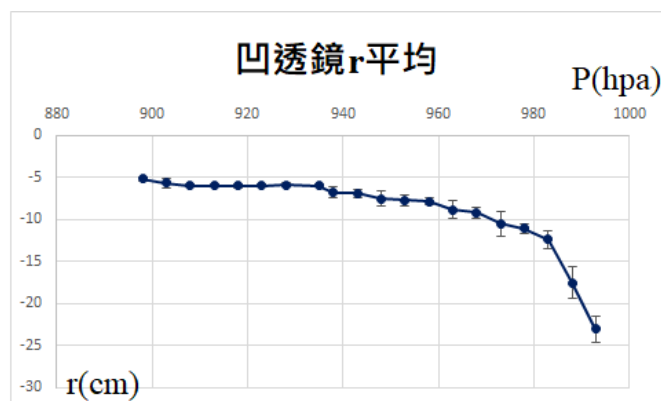
- a. 由圖七，可發現當抽出液體越多、壓力越小時，焦距之絕對值約越小。此關係非線性變化，但能發現壓力在 1000hpa 到 980hpa 之間愈來愈小時，焦距之絕對值急遽下降；壓力

在 980hpa 到 940hpa 之間時，焦距之絕對值相對前面下降較緩慢；壓力在 940hpa 到 900hpa 之間時，焦距之絕對值無明顯變動，只有些微浮動。

- b. 壓力在 940hpa 以下時，焦距無明顯變動的原因可能為膜已經到變形極限。
- c. 由圖八，可發現當抽出液體越多、壓力越小時，曲率半徑之絕對值越小。此關係非線性變化，但能發現壓力在 1000hpa 掉到 980hpa 之間時，曲率半徑之絕對值急遽下降；壓力在 980hpa 到 940hpa 之間時，曲率半徑之絕對值相對前面下降較慢；壓力在 940hpa 到 900hpa 之間時，曲率半徑之絕對值無明顯變動，與焦距一樣。



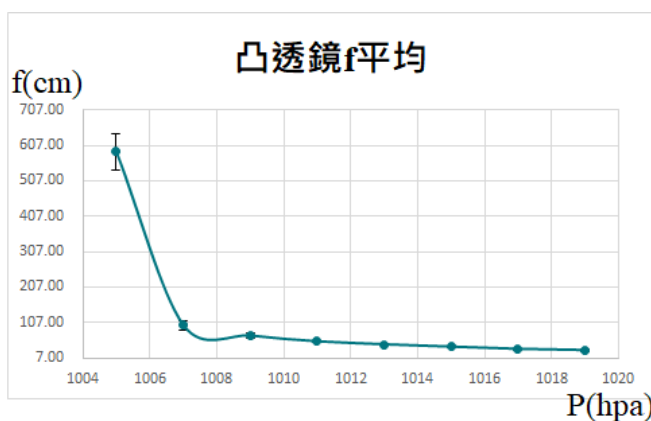
圖七 壓力對凹透鏡焦距關係圖



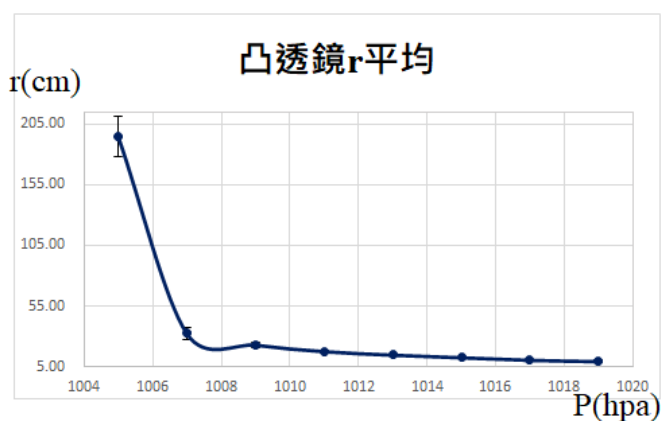
圖八 壓力對凹透鏡曲率半徑關係圖

2. 凸透鏡 (每下降 2hpa 紀錄一次)

- a. 由於凸透鏡較快超出可觀察的範圍，能觀察的範圍較凹透鏡小，因此我們以較小的間隔取樣，不過數據點仍比凹透鏡少。
- b. 由圖九，壓力由平衡狀態剛開始增加時，焦距隨著明顯變小。大約到 1007hpa 以上時，焦距不再大幅下降，改以緩慢的速度下降。推測是因為膜的彈性已接近極限，難以繼續往外撐開。
- c. 根據上述實驗原理，曲率半徑和焦距有直接的關係，所以兩者的變化趨勢一樣，皆為逐漸趨緩。



圖九 壓力對凸透鏡焦距關係圖



圖十 壓力對凸透鏡曲率半徑關係圖

不論是凹透鏡或凸透鏡，較高的壓力皆可發現焦距有較大的標準差。壓力數值愈大，標準差也愈大是正常的現象，與本實驗無較大關聯。

五、結論與生活應用

透鏡為我們的生活帶來許多便利，顯微鏡、相機、眼鏡、投影機等等的運作皆仰賴透鏡的特性。若透鏡可以打破固定焦距的限制，想必會提升這些工具的功效。舉例來說，大部分的顯微鏡配有三顆不同倍率的物鏡，每次使用轉盤調到較高倍率時，總要重新尋找觀察的目標。而不同倍率的目鏡則需要拆卸更換，不是非常方便。如果適合顯微鏡的可調焦距鏡頭可以被發明出來，就可以使顯微鏡更為方便地使用與保養。現在變焦透鏡的運作方式有非常多種，電壓控制液滴形狀、旋轉容器利用離心率讓液體中間凹陷、或是調整液體擠壓彈性膜等等。不管調焦的方式採用哪一種，其背後的光學原理都是一樣的，就等某種非常適合變焦的方法被研發出來，解決固定焦距的問題。

六、參考資料

- (1)變大變小，一付搞定--可變倍率透鏡及其應用。蕭季威。
中華民國第49屆中小學科學展覽會 國中組 生活與應用科學科。
- (2)液體透鏡光軸定心。陳立舜。國立清華大學碩士論文。
- (3)液滴透鏡曲率調控機制之探討。彭孟超。國立中央大學光電科學研究所碩士論文。
- (4)所有的圖片與圖表皆為研究者自製。