

2025 年【科學探究競賽-這樣教我就懂】

□國中組 ■普高組 □技高組 成果報告格式

題目名稱： 擺不住的震動：當地震與建築「震」逢其擺

一、摘要

本研究以單擺為理論模型，模擬擺的共振效應。實驗裝置採用含擺錘盤的複擺，透過 Arduino UNO 板、伺服馬達施加外加振幅，測量不同擺長下的自然共振週期，並利用手機陀螺儀分析共振時的能量分布。結果顯示，含擺錘盤的裝置在小角度擺動時可近似理想單擺。實驗中，當擺長增加時，系統的自然週期也隨之增加。當外部施加的驅動週期趨近於系統的自然週期相匹配時，系統能吸收外部提供的能量而放大振動幅度。共振時通過 x, y, z 三軸的時域圖與頻域圖，觀察能量在多個自由度之間轉移。

二、探究題目與動機

2025 年 3 月 28 日，我在新聞上看到：緬甸發生芮氏規模 7.7 的超強地震，竟然讓遠在泰國的大樓倒了！專家說，這是因為「共振效應」的緣故。我們腦子裡突然冒出一個問題：地震波怎麼會跟建築物「合拍」到讓它垮掉？難道每棟樓都有自己的「節奏」？雖然我們只是高中生，沒法扛著儀器去測地震，但我們靈光一閃：何不用單擺來模擬看看？單擺就像建築物的「迷你版」，它的擺動週期（自然週期）跟擺長有關，就像大樓的自然擺動週期跟高度有關。於是我們決定動手做實驗，看看能不能讓「共振效應」這個現象變得更好懂。我們的研究問題為：

1. 含擺錘盤的裝置是否可近似為理想單擺？
2. 擺的自然共振週期與擺長之間的關係為何？
3. 共振時擺的能量分布特性如何？

三、探究目的與假設

本研究的目的是利用高中物理課程中的擺模型，模擬建築物在地震作用下的共振行為，並通過數據分析可視化這些效應。我們參考了東華大學曾賢德教授的裝置，通過改變擺錘質量和擺長，模擬不同質量和高度建築物的動態響應，並從中分析影響振動幅度的關鍵因素。藉此我們提出以下假設：

1. 單擺的週期主要受擺長影響，與擺錘的質量無關。若在相同擺長下改變質量，週期應維持一致；而改變擺長時，週期 T 會依照公式 $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ ，與有效擺長 l 呈平方根變化。
2. 有效擺長 l 增加時，自然共振頻率 f 減小，自然共振週期 T 增加。
3. 共振時，擺的能量集中於擺動方向，振幅顯著增大。

四、探究方法與驗證步驟

為了驗證我們的假設，我們設計了兩種方法：

（一）觀察研究法：

架設複擺裝置，透過實驗觀察其擺盪情形，並收集數據，進行作圖分析，觀察實驗中複擺的自然週期如何受到擺長和質量的影響，並探討外加驅動頻率如何引發共振現象。為了量化這些效果，我們使用手機的陀螺儀來測量運動數據。這些實驗有助於模擬建築物在地震中的動態響應和能量轉移行為。

（二）數據分析法：

透過實驗數據的時域圖和頻域圖進行共振現象分析，使用 FFT 來找出系統的主要頻率成分，以確認複擺系統是否在接近自然週期的驅動下產生共振。進一步探討不同擺長（繩長），並模擬建築物在不同震波週期下的反應。

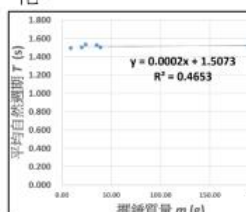
【驗證假設一】

圖一：實驗操作裝置圖。

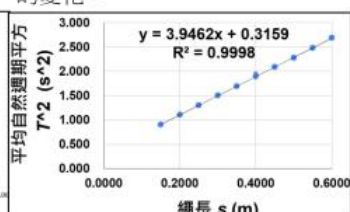


資料來源：研究者繪製。

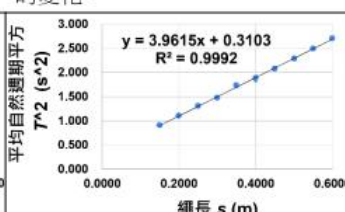
圖二： T 隨 m 的變化。



圖三：（未加手機質量） T^2 隨 s 的變化。



圖四：（外加手機質量） T^2 隨 s 的變化。



資料來源：研究者繪製。

一、質量影響測試：

(一) 實驗設計：將使用具有孔洞的擺錘盤，方便在水平對稱位置添加螺絲改變擺錘質量 m ，但不改變系統質心高度位置。最後在擺錘盤上加上後續實驗用的手機，懸掛後觀察並記錄系統擺動的自然週期。

(二) 實驗變因

1. 操縱變因：擺錘質量 m 。
2. 控制變因：擺角 (5°)、繩長 s (50.50 cm)、擺繩材質 (棉線)。
3. 應變變因：平均自然週期 T 。

(三) 實驗操作

1. 小角度自然施放擺繩，使擺錘盤平行穩定擺動。
2. 以棉線綁住擺錘盤，並將另一端以長尾夾夾在支架盤上，利用皮尺量測繩長長度為 50.50 cm，透過添加 0 ~ 8 顆螺絲 (2.70 g/顆) 與手機 (質量 149.52 g，厚度 0.65 cm) 的置放改變擺錘盤質量，如圖一所示。
3. 以擺角 5° 自然施放擺繩，擺動 10 次後記錄時間，計算平均自然週期 T 。
4. 記錄擺錘質量 m 對平均自然週期 T 的影響並作圖，如圖二所示。

二、繩長影響測試：

(一) 實驗設計：以 8 顆螺絲對稱擺放固定擺錘質量後，進行繩長長度的調整，並以長尾夾固定在支架上，觀察並記錄系統擺動的自然週期。

(二) 實驗變因

1. 操縱變因：繩長長度 s 。
2. 控制變因：擺角 (5°)、擺錘質量 m (再分成有無加手機的兩種版本)、棉線。
3. 應變變因：平均自然週期 T 。

(三) 實驗操作

1. 以棉線綁住擺錘盤 (未加手機，總質量為 46.94 g)，並將另一端以長尾夾夾在支架盤上，記錄每次的繩長長度 s ，以擺角 5° 自然施放擺繩，擺動 10 次後記錄時間，計算平均自然週期 T 。
2. 記錄繩長長度 s 對平均自然週期 T 的影響，並以 T^2 對 s 作圖 (圖三)

3. 將擺錘盤外加手機質量（總質量為 191.06 g），重複步驟 1.，記錄繩長長度 s 對平均自然週期 T 的影響，並繪製 T^2 與 s 的關係圖（圖四）。

【結論一】

1. 質量：實驗顯示，在相同擺長下更換不同質量的擺錘，其擺動週期變化極小，維持在理論值附近，驗證了單擺週期公式 $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ 中不包含質量變數的正確性。此結果亦確認單擺作為簡單系統時，其運動受限於重力與擺長，與質量無直接關聯。
2. 繩長：本實驗透過調整不同擺長，並測量每組擺長下单擺的平均週期，結果顯示週期確實隨擺長增加而變長，且與理論值高度接近。將實測週期與理論預測進行比較後發現，數據整體呈現出平方根的趨勢，誤差範圍亦在可接受範圍內(通過圖三與圖四斜率計算得到重力加速度 g ，與理論值的相對誤差百分比分別為 1.98% 與 1.59%)。因此，本實驗驗證了複擺週期與擺長呈平方根關係的理論，證明了單擺週期公式在不同擺長條件下的適用性。

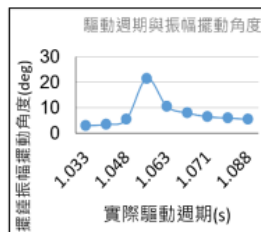
【驗證假設二】

圖五：搭配伺服馬達之實驗裝置。



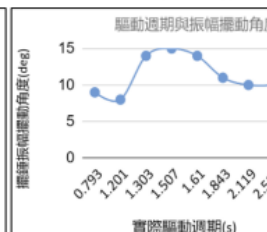
資料來源：研究者繪製。

圖六：（未加手機）繩長 25.00 公分 θ 對 T 作圖。

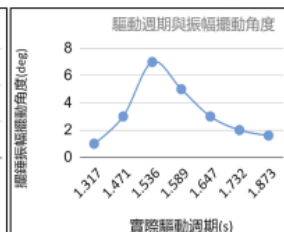


資料來源：研究者繪製。

圖七：（未加手機）繩長 47.50 公分 θ 對 T 作圖。



圖八：（未加手機）繩長 60.00 公分 θ 對 T 作圖。



(一) 實驗設計：

本實驗以單擺系統的理論為基礎，目的在保有簡諧運動與週期運動的特性，同時考量材料的易取得性及操作的可行性。透過調整不同擺長來模擬建築物的不同樓層高度，並測量其共振週期。為進一步模擬不同地震週期對建築物的影響，我們使用 Arduino 控制伺服馬達，調整擺長及驅動週期，以產生不同週期的振動，從而模擬建築物在各種共振週期下的共振情況。

(二) 實驗變因

1. 操縱變因：外加驅動週期 T 。
2. 控制變因：擺錘質量 m 、擺繩 s （代表不同樓層的高度）、棉線。
3. 應變變因：擺角 θ （代表建築物在不同地震頻率下的擺動幅度）。

(三) 實驗改良

1. 共振過程中，隨著時間經過，線路連接會由平行擺轉為錐形擺。進一步由側面觀察結構，發覺馬達螺絲再次緊鎖在木板上，有助於減少不規則擺動的出現。
2. 比起人眼直接判讀，由錄影回放方式觀察擺角的改變更清楚。

(四) 實驗操作

在原先單擺實驗的基礎上，連接 Arduino 板、LCD 顯示器及伺服馬達以控制其驅動週期及振幅角度，如圖五所示。

1. 數據蒐集實際操作時，以棉線綁住擺錘盤（未加手機，總質量為 46.94 g），並將另一端以長尾夾夾在支架盤上，記錄每次的繩長長度 s 後，調整驅動週期 T 。通過觀察擺錘擺動的角度 θ 變化，確定在不同驅動週期下单擺系統的共振點，以模擬不同樓高下，不同頻率的地震對於樓層高度的影響程度。以較短繩長，來模擬低樓層之共振週期，而長繩長對應高樓層之模擬，透過此方式取得樓高與共振週期的變化趨勢。

- (1) 固定繩長： 25.00 公分，記錄外加的驅動週期 T 對擺角 θ 的影響，並以 θ 對 T 作圖（圖六）。
- (2) 由圖六可知，當外加驅動週期 T 為 1.054 秒時，有最大擺動角度 21.5 度。
- (3) 固定繩長： 47.50 公分，記錄外加的驅動週期 T 對擺角 θ 的影響，並以 θ 對 T 作圖（圖七）。
- (4) 由圖七可知，當外加驅動週期 T 為 1.507 秒時，有最大擺動角度 15.0 度。
- (5) 固定繩長： 60.00 公分，記錄外加的驅動週期 T 對擺角 θ 的影響，並以 θ 對 T 作圖（圖八）。
- (6) 由圖八可知，當外加驅動週期 T 為 1.536 秒時，有最大擺動角度 5.0 度。

【結論二】

（一） 同一擺長下，外加驅動週期與振動幅度的關係

根據圖六到八的數據，可以觀察到在固定擺長下，當外加驅動週期逐漸接近系統的自然週期時，擺錘的振幅顯著增大，並表現為擺動角度的峰值。這種現象符合共振的基本理論：當外部施加的驅動週期與系統的自然週期相匹配時，系統能夠以最高效率吸收外部提供的能量，從而放大振動幅度。

（二） 不同擺長下，外加驅動週期與振動幅度的關係

根據圖六到八的數據，外加驅動週期接近但未完全等於理論自然週期的情況，可能是由於**阻尼效應**及**人眼在判讀影片中最大擺角時的人為誤差**所引起的。此外，觀察到擺長增加時，最大擺角反而減小的現象，可歸因於以下幾個原因：

1. 系統的慣性增大：長擺錘的慣性較大，這意味著它更難被快速地加速和減速。因此，即使進入共振，能量的吸收速率也比短擺錘慢，導致振幅增長受到限制。
2. 能量需求增大：長擺錘需分配更多能量來維持其更大的擺動範圍，而在能量供給（即外加驅動）不變的情況下，這會使每次擺動的能量增長有限，從而導致振幅變小。

（三） 實驗結果與建築樓高對應分析

擺長與自然週期的關係：實驗中，當擺長增加時，系統的自然週期也隨之增加。在地震工程中，類似的共振行為為經常被觀察到。根據共振經驗公式（Chopra, 2012），建築物的自然振動週期 T （秒）與樓層數 N 成正比關係，可以表示為： $T \approx 0.1N$ 。這表明樓層數越多的高層建築，其自然振動週期越長。

【驗證假設三】

（一） 實驗設計

地震為多自由度震動，因此我們不該只考慮單一方向之數據。因此我們在手機安裝 **phyphox app** 並利用陀螺儀收集 $x y z$ 三方向之擺動的角速度數據（圖九）。

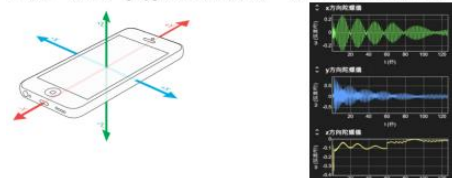
（二） 實驗變因

1. 操縱變因：繩長長度。
2. 控制變因：擺錘質量（加上手機質量）、棉線。
3. 應變變因：擺的週期。

（三） 實驗過程

1. 在擺繩分別為 25.00 公分與 60.00 公分的情況下，針對自然擺動的擺以 Arduino 施予短（1.054 秒）、中（1.414 秒）、長（1.647 秒）的外加驅動週期，觀察不同驅動週期下 $x y z$ 三軸角速度隨時間的變化時域圖（圖十）。

圖九：（左） phyphox 軸向定義。（右）自然擺動下的三軸角速度。



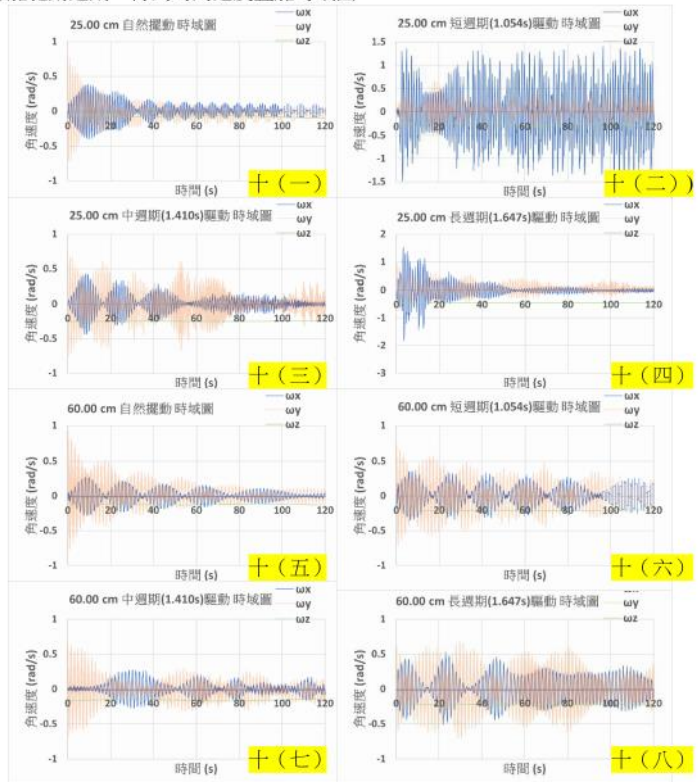
資料來源：（左）看川（2021年03月18日）。iOS CoreMotion。
<https://kanchuan.com/blog/144-ios-coremotion>。（右）研究者手機截圖。

2. 選擇 0 到 60 秒穩定信號數據 (4096 點) 進行 FFT 分析, 以適應 Excel 分析極限 並保持頻率分辨率。在擺繩 25.00 公分時, 施加 1.054 秒共振週期, 得到頻域圖 (圖九左一與左二); 在擺繩 60.00 公分時, 施加 1.647 秒共振週期, 得到頻域圖 (圖十一 左三與左四)。

3. 在擺繩分別為 25.00 公分與 60.00 公分的情況下, 針對自然擺動的擺以 Arduino 施予短 (1.054 秒)、中 (1.414 秒)、長 (1.647 秒) 的外加驅動週期, 觀察不同驅動週期下 x y z 三軸角速度隨時間的變化時域圖 (圖十)。

4. 選擇 0 到 60 秒穩定信號數據 (4096 點) 進行 FFT 分析, 以適應 Excel 分析極限 並保持頻率分辨率。在擺繩 25.00 公分時, 施加 1.054 秒共振週期, 得到頻域圖 (圖十一 左一與左二); 在擺繩 60.00 公分時, 施加 1.647 秒共振週期, 得到頻域圖 (圖十一 左三與左四)。

圖十：(一~四) 擺繩 25.00 公分 (五~八) 擺繩 60.00 公分施加短、中、長的外加驅動週期, 得到的角速度疊加時域圖。



【結論三】與我們原先的預期的假設有出入。

(一) 外加驅動週期對振動能量的影響

在 x、y、z 三軸角速度變化圖(見圖十)中, x 軸 y 軸角速度變化顯著, 而 z 軸相對穩定, 表明能量主要集中於 x 與 y 旋轉軸間的轉換, 而 z 軸的運動較少。

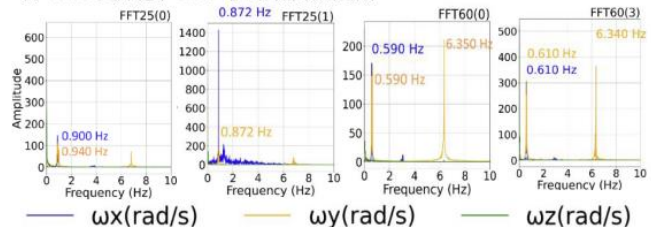
1. **非共振情況下的能量特性：**圖十 (一) 與 (五) 顯示自然擺動的角速度變化時域圖。當外加頻率遠低或高於自然頻率時, 無法達到共振, 系統 x 和 y 軸方向的波形呈現明顯衰減, 即 ω_x 和 ω_y 軸振幅逐漸遞減, 系統無法持續累積能量, 難以維持高振幅 (見圖十 (三) (四) (六) (七))。
2. **共振情況下的能量特性：**當外加驅動週期與自然週期相符時, 系統可穩定累積能量至最高值並維持共振狀態。例如, 圖十 (二) 與 (八), 約在 60 秒前逐漸增加能量, 達到最大振幅, 之後則保持穩定, 表明系統進入穩態共振。

(二) 擺繩長度對共振情況的差異討論

1. 時域圖的差異討論：

- (1) 波形特徵：25.00 cm 擺長系統中, 週期較短, 波形密集。而 60.00 cm 系統中, 由於擺動週期較長, 波形較為疏鬆, 進一步驗證了不同擺長下能量分佈的動態差異。
- (2) 擺動幅度：比較圖十 (二) 與 (八), 繩長 25.00 cm 系統擺動幅度大於 60.00 cm 系統。我們推測, 較長的 60.00 cm 系統中, 驅動力在較長的驅動週期內被分散, 導致振幅增長過程較緩和, 表示能量在較長的擺長中逐步釋放, 而非瞬間達到峰值。

圖十一：頻域圖：(左一) 擺繩 25.00 公分自然擺動。(左二) 擺繩 25.00 公分施予 1.054 秒的外加驅動週期。(左三) 擺繩 60.00 公分自然擺動。(左四) 擺長 60.00 公分施予 1.647 秒的外加驅動週期。



資料來源：研究者繪製。

(3) 能量累積速度：比較圖十(二)與(八)，25.00 cm 繩長系統因自然頻率較高，容易在高頻下累積能量，振幅增長速度相對較快。相較之下，60.00 cm 系統的能量累積速度較慢，即使能量吸收，仍受限於系統對能量需求的增長。

2. 頻域圖的差異討論：

(1) **25.00 cm 繩長系統**：在 FFT 分析中，圖十一(左一)顯示自然擺動時，x 軸和 y 軸約以 0.940 Hz 做能量間轉換。圖十一(左二)顯示外加驅動週期 1.054 秒時，系統 x 軸和 y 軸同時在 0.872 Hz 出現峰值，表明系統在此頻率達到 x 和 y 軸的多自由度共振。尤其是 x 轉軸的大幅度峰值(振幅約由 100 提高到 1400)，這意味著此時系統的能量最大化，特別集中在 x 轉軸的運動上。

(2) **60.00 cm 繩長系統**：在 FFT 分析中，圖十一(左三)顯示自然擺動時，共振頻率則出現在低頻 0.590 Hz 和高頻 6.350 Hz 範圍，這可能與系統的結構特性和驅動條件相關。圖十一(左四)顯示外加驅動週期 1.647 秒，即以 0.607 Hz 驅動頻率接近系統的自然頻率 0.590 Hz 時，系統 x 和 y 轉軸同時在 0.610 Hz 出現峰值(振幅約由 150 提高至 300)，表明系統在此頻率下達到了 x 和 y 轉軸方向的多自由度共振。

(3) 比較圖十一(左一)與(左三)，表明增加擺長系統，會造成能量吸收效率下降，可能受到增強的阻尼效應影響，進而減弱了振幅的增長。

(三) 實驗結果與建築樓高對應分析

較長擺模擬高層建築，高層建築自然振動頻率較低，對應較長週期。當外加驅動週期接近自然週期時，共振效應增強，但由於結構慣性、阻尼效應和能量需求，高層建築的能量吸收效率較低，振幅增長不如低層建築顯著。這與文獻(Paz, 2003)的觀點一致，即高層建築在共振條件下的能量需求較大，無法無限制增長振幅。

五、結論與生活應用

根據實驗結果，未來我們還想利用此模型應用於討論材料的彈性與振幅參數、考慮樓層所在地區之地質，模擬更加真實的多層建築物受地震波影響的反應，也可以製造簡約模型來教導民眾低頻高頻地震對建築的影響。

六、參考文獻

- 一、國家地震工程研究中心(2011年)。什麼是共振現象。https://www.ncree.org/safefhome/ncr03/pc3_1.htm
- 二、國家地震工程研究中心(2011年)。樓房與地震波的共振現象。https://www.ncree.org/SafeHome/ncr03/pc3_2.htm
- 三、國家地震工程研究中心(2011年)。什麼是自然震動週期。https://www.ncree.org/safefhome/ncr03/pc2_2.htm
- 四、U.S. Geological Survey. (2014). Drift issues of tall buildings during the March 11, 2011 M9.0 Tohoku earthquake, Japan-Implications. USGS.<https://www.usgs.gov/publications/drift-issues-tall-buildings-during-march-11-2011-m90-tohoku-earthquake-japan>
- 五、Liao, B.-Y., Huang, H.-C., & Xie, S. (2022). The source characteristics of the Mw6.4, 2016 Meinong Taiwan earthquake from teleseismic data using the hybrid homomorphic deconvolution method. Applied Sciences, 12(1), 494.
- 六、宋冠毅(2020年)。2016 Mw 6.4 美濃地震地動參數及受損建築物的關係研究。國立臺灣大學地質科學研究所：碩士論文。
- 七、Smith, S. (2007). Digital Signal Processing: A Practical Guide for Engineers and Scientists. Elsevier.
- 八、Chopra, A. K. (2012). Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering. Prentice Hall.
- 九、Paz, M., & Leigh, W. (2003). Structural Dynamics: Theory and Computation. Springer.
- 十、Marion & Thornton(2012). Classical Dynamics of Particles and Systems.