

2025年【科學探究競賽-這樣教我就懂】

大專/社會組 科學文章格式

文章題目：λ演算與邱奇編碼：計算理論的基石

摘要：本文介紹了λ演算與邱奇編碼兩個計算理論的核心概念，說明如何透過純函數表達數字、邏輯與計算過程。

文章內容：(限500字~1,500字)

λ演算(Lambda Calculus)和邱奇編碼(Church Encoding)是計算機科學中重要的理論基礎。這兩個理論由數學家阿隆佐·邱奇(Alonzo Church)在1930年代提出。

λ表達式只使用三種結構：變數 x ，抽象化 $(\lambda x.M)$ ，表示該函式輸入 x 並輸出 M ，和函數應用 (MN) ，表示以 N 作為 M 的參數，其中 M 和 N 為任意其他λ表達式。

而如果要簡化一個λ表達式，則會用到β-歸約(β-reduction)。例如 $((\lambda x.x+2)a)$ ，左邊的函數代表輸入 x ，輸出 $x+2$ 。在這個情況下，可以把 a 帶入 x ，得到 $(a+2)$ 。

如過要一個函數使用不只一個參數，則會用到柯理化(Currying)。例如 $((\lambda a.\lambda b.(a+b))x)y$ ，先將 x 帶入 a 並β-歸約後得到了 $(\lambda b.(x+b))y$ ，並將 y 代入 b 後得到 $x+y$ 。 $\lambda a.\lambda b.(a+b)$ 這個函數在指輸入一個參數時得到了一個函數 $\lambda b.(x+b)$ ，而在輸入第二個參數後得到了結果 $x+y$ 。透過這樣的方法，一個函數能夠輸入任意數量的參數。

而邱奇代碼則可以只用λ表達式模擬各種資料結構，例如數字，布林值等，並且邏輯自洽。

以布林值為例，「真」的表達式為 $\lambda a.\lambda b.a$ ，輸入兩個參數並回傳第一個。例如 $((\lambda a.\lambda b.a)t)f$ ，帶入 t 得到 $(\lambda b.t)f$ ，並代入 f 得到了最終結果 t 。「假」的表達式為 $\lambda a.\lambda b.b$ ，與「真」相反，這個函數輸入兩個參數，並回傳第二個。各種邏輯閥也可以使用λ演算表示，例如not，如果 t 代表真， f 代表否，可以表達為 $\lambda x.((xf)t)$ ，如果輸入為真，就會回傳 f ，反之亦然。

以自然數為例，數字0的表達式為 $\lambda f.\lambda x.x$ ，也就是直接回傳 x ，數字1則是 $\lambda f.\lambda x.fx$ ，也就是在 x 上應用了一次 f ，數字2是 $\lambda f.\lambda x.f(fx)$ ，代表在 x 上應用了兩次 f ，數字3是 $\lambda f.\lambda x.f(f(fx))$ ，依此類推。而數字的運算也可以使用λ演算求解，例如加法的λ表達式為 $\lambda n.\lambda f.\lambda x.f((nf)x)$ ，乘法的λ表達式為 $\lambda m.\lambda n.\lambda f.m(nf)$ ，指數的λ表達式為 $\lambda b.\lambda n.nb$ 。

這種演算方式只使用函數，就可以表達各種資料型別， λ 演算屬於計算理論中的圖靈完備系統之一。而因為 λ 演算中沒有固定的資料型別，因此可以計算傳統數學無法計算的東西，例如「真」乘以加法，最後得到 $\lambda r.\lambda b.\lambda f.\lambda x.(f((rf)x))$ ，一個輸入四個參數的函數。

λ 演算在數學、哲學，語言學，計算機科學等領域都有應用。在現代的程式語言中，也能夠看到 λ 演算的影子。

參考資料

https://en.wikipedia.org/wiki/Lambda_calculus

https://en.wikipedia.org/wiki/Church_encoding

註：

1. 未使用本競賽官網提供「科學文章表單」格式投稿，將不予審查。

2. 字數沒按照本競賽官網規定之限500字~1,500字，將不予審查。

PS.摘要、參考資料與圖表說明文字不計入。

3. 建議格式如下：

- 中文字型：微軟正黑體；英文、阿拉伯數字字型：Times New Roman
- 字體：12pt為原則，若有需要，圖、表及附錄內的文字、數字得略小於12pt，不得低於10pt
- 字體行距，以固定行高20點為原則
- 表標題的排列方式為向表上方置中、對齊該表。圖標題的排列方式為向圖下方置中、對齊該圖